

# 二维各向异性圆柱的电磁散射

毛仕春, 吴振森, 邢赞扬

(西安电子科技大学理学院, 陕西西安 710071)

**摘要:** 分析了二维无限长均匀各向异性圆柱体的电磁散射特性. 基于平面波谱的积分方程以及马丢函数的级数展开式, 以横电型(TE)平面波为例, 导出了均匀各向异性圆柱内场及其单位长度的雷达散射截面(RCS)的表达式. 计算了部分数值并讨论了电尺寸、介电材料等影响雷达散射截面的因素. 当圆柱体退化到各向异性圆柱时, 数值与已有文献的结果吻合较好.

**关键词:** 电磁散射; 圆柱体; 均匀各向异性材料; 马丢函数

**中图分类号:** O441 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 03-0529-05

## Scattering by a Homogeneous Anisotropic Elliptic Cylinder: Two-Dimensional Case

MAO Shi-chun, WU Zhen-sen, XING Zan-yang

(School of Science, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** An analytical solution to the problem of two-dimensional scattering by a homogeneous anisotropic elliptic cylinder is derived. With the aid of an integral equation based on a plane wave representation of the field and the series expansions in terms of Mathieu functions, the transmitted field of the elliptic cylinder and radar cross sections per unit length under a transverse-electric illumination are obtained. Some numerical results are presented, the effect of electric size and material of elliptic cylinders on the radar cross sections is discussed. The data are in agreement with those available as expected when the elliptic cylinder degenerates to a homogeneous anisotropic circular one.

**Key words:** electromagnetic scattering; elliptic cylinders; homogeneous anisotropic material; Mathieu functions

### 1 引言

近年来, 随着各向异性材料在集成光学、微波、毫米波、隐身、以及装甲等技术方面的广泛应用, 对各向异性材料电磁散射的研究逐渐成为许多学者的讨论热点<sup>[1~6]</sup>. 例如在球和圆柱方面, 耿友林等用矢量波函数方法研究了三维各向异性球的散射特性<sup>[1]</sup>; 学者 Monzon 等利用平面波谱的积分方程对二维和三维各向异性圆柱的电磁散射做了深入的探讨<sup>[2,3]</sup>; 任伟等对导体涂覆均匀各向异性介质圆柱的散射做了研究和讨论<sup>[4]</sup>; 学者 Papadakis 等用积分方程法研究了电各向异性椭球的平面波散射<sup>[5]</sup>; Beker 等用边界积分方程法计算了二维各向异性圆柱和方柱及涂层的雷达散射截面<sup>[6]</sup>.

学者 Yeh 最早对介质圆柱的散射特性进行了讨论<sup>[7]</sup>, 并计算了单位长度的雷达散射截面<sup>[8]</sup>. 随后的几十年, 许多学者对导体涂覆多层介质圆柱的散射展开了研究<sup>[9~14]</sup>. 求解圆柱散射最简洁的解析方法是在

圆柱坐标系下展开, 但是与球谐函数、圆柱波函数中的三角函数等在边界条件满足正交关系不同, 椭圆柱波函数中的角向马丢函数在两种不同介质的分界面一般不满足正交关系, 并且文献中存在多种马丢函数的定义方式<sup>[15~17]</sup>, 使得这类问题要复杂得多, 对各向异性圆柱的电磁散射更是鲜有报导.

本文利用平面波谱的积分方程, 在椭圆柱坐标系下, 利用马丢函数级数积分展开, 得到了单位长度的雷达散射截面的解析表达式, 计算并讨论了部分各向异性椭圆柱散射的数值结果, 较方便的解决了各向异性圆柱的电磁散射问题.

为方便描述, 文中省略时谐因子  $\exp(j\omega t)$ .

### 2 电磁场分析

如图 1 所示, 椭圆柱坐标系  $o-uvw$ ,  $u =$  常量表示一族焦点位于  $x = \pm d$  的椭圆柱面 ( $d$  表示半焦距);  $v =$  常量表示一族共焦抛物面. 椭圆柱坐标  $(u, v)$  与直角

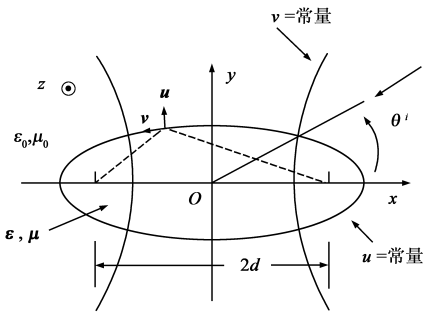


图1 二维椭圆柱坐标系示意图

坐标  $(x, y)$  的关系为  $x = d \cosh u \cos v$  (1)

$$y = d \sinh u \sin v \quad (2)$$

考虑直角坐标系中的均匀各向异性介质,介电常数张量  $\boldsymbol{\epsilon}$  和磁导率张量  $\boldsymbol{\mu}$  具有下面的形式:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

## 2.1 椭圆柱内场表达式

本文仅考虑  $H(\mathbf{H} = H\hat{\mathbf{z}})$  极化情况,对于  $E$  极化的情况可通过对偶关系得到.根据麦克斯韦方程,容易得到椭圆柱内磁场  $H$  满足的微分方程<sup>[2]</sup>:

$$\epsilon_{xx} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \epsilon_{yy} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + (\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx}) \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \omega^2 \mu_{zz} \gamma H = 0 \quad (4)$$

$$\text{其中,} \quad \gamma = \epsilon_{xx}\epsilon_{yy} - \epsilon_{xy}\epsilon_{yx} \quad (5)$$

为了求得方程(4)的解,将磁场  $H$  表达为平面波谱的积分形式:

$$H(x, y) = \int_{C_\alpha} d\alpha f(\alpha, \beta(\alpha)) e^{j(\alpha x + \beta(\alpha) y)} \quad (6)$$

其中  $f(\alpha, \beta(\alpha))$  表示平面波谱的振幅,  $\alpha$  与  $\beta(\alpha)$  表示待定系数.

设  $\alpha, \beta$  具有以下形式:

$$\alpha = k(\theta) \cos \theta, \beta = k(\theta) \sin \theta \quad (7)$$

通过整理式(4),(6)以及式(7),得到:

$$k(\theta) = \left[ \frac{n_H^2}{\epsilon_+ + \epsilon_- \cos 2\theta + \sigma_+ \sin 2\theta} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

其中,

$$n_H = \omega \sqrt{\mu_{zz} \gamma}, \epsilon_{\pm} = \frac{1}{2}(\epsilon_{xx} \pm \epsilon_{yy}), \sigma_{\pm} = \frac{1}{2}(\epsilon_{xy} \pm \epsilon_{yx}) \quad (9)$$

则柱体内磁场可表示为周期为  $2\pi$  的平面波谱积分:

$$\begin{aligned} H(x, y) &= \int_{C_\alpha} d\alpha f(\alpha, \beta(\alpha)) e^{j(\alpha x + \beta(\alpha) y)} \\ &= \int_{C_\alpha} d\alpha f(\alpha, \beta(\alpha)) e^{jk(\theta)(x \cos \theta + y \sin \theta)} \\ &= \int_{C_\theta} d\theta s(\theta) e^{jk(\theta)(x \cos \theta + y \sin \theta)} \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $s(\theta)$  表示平面波谱的振幅.

在椭圆柱坐标系下,利用平面波的马丢函数级数展开式,式(10)可进一步表达为:

$$\begin{aligned} H(u, v) &= 2 \int_{C_\theta} d\theta g(\theta) \sum_{m=0}^{\infty} j^m M c_m^{(1)}(q(\theta), u) \\ &\quad \cdot c e_m(q(\theta), v) c e_m(q(\theta), \theta) \\ &\quad + 2 \int_{C_\theta} d\theta h(\theta) \sum_{m=1}^{\infty} j^m M s_m^{(1)}(q(\theta), u) \\ &\quad \cdot s e_m(q(\theta), v) s e_m(q(\theta), \theta) \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $g(\theta), h(\theta)$  为由边界条件确定的待定系数,  $q(\theta) = (k(\theta)d/2)^2$ , 积分区间为对实轴上任意  $2\pi$  周期的积分.  $c e_m$  和  $s e_m$  分别是偶类和奇类角向马丢函数,  $M c_m^{(1)}$  和  $M s_m^{(1)}$  分别是第一类偶类和奇类径向马丢函数<sup>[15]</sup>.

## 2.2 入射场和散射场表达式

假定椭圆柱体外部是理想的自由空间.振幅为  $H_0$ , 沿水平方向  $\theta^i$  入射到椭圆柱体的入射场可表示为:

$$\begin{aligned} H^i &= H_0 e^{jk_0(x \cos \theta^i + y \sin \theta^i)} \\ &= 2H_0 \sum_{m=0}^{\infty} j^m M c_m^{(1)}(q_0, u) c e_m(q_0, v) c e_m(q_0, \theta^i) \\ &\quad + 2H_0 \sum_{m=1}^{\infty} j^m M s_m^{(1)}(q_0, u) s e_m(q_0, v) s e_m(q_0, \theta^i) \end{aligned} \quad (12)$$

在自由空间中,假设散射场具有如下形式:

$$\begin{aligned} H^s &= \sum_{m=0}^{\infty} e_m M c_m^{(4)}(q_0, u) c e_m(q_0, v) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} o_m M s_m^{(4)}(q_0, u) s e_m(q_0, v) \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $e_m$  和  $o_m$  为待求展开系数,  $q_0 = (k_0 d/2)^2$ ,  $M c_m^{(4)}$  和  $M s_m^{(4)}$  是第四类偶类和奇类径向马丢函数<sup>[15]</sup>.

## 2.3 界面的切向分量

在椭圆柱与自由空间分界面内侧,电场  $E$  的切向分量为:

$$j\omega \gamma h E_v = - \left\{ \epsilon_{uu}(u, v) \frac{\partial H}{\partial u} + \epsilon_{uv}(u, v) \frac{\partial H}{\partial v} \right\} \quad (14)$$

其中,

$$\epsilon_{uu}(u, v) = \frac{1}{a^2 + b^2} [a^2 \epsilon_{xx} + ab(\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx}) + b^2 \epsilon_{yy}] \quad (15)$$

$$\epsilon_{uv}(u, v) = \frac{1}{a^2 + b^2} [a^2 \epsilon_{yx} + ab(\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) - b^2 \epsilon_{xy}] \quad (16)$$

$$a = \sinh u \cos v, b = \cosh u \sin v \quad (17)$$

$$\gamma = \epsilon_{xx}\epsilon_{yy} - \epsilon_{xy}\epsilon_{yx}, h = d \sqrt{\cosh^2 u - \cos^2 v} \quad (18)$$

而在自由空间与椭圆柱体的分界面外侧,电场  $E$  的切向分量为:

$$E_v^{i(s)} = \frac{j}{\omega \epsilon_0 h} \frac{\partial H^{i(s)}}{\partial u} \quad (19)$$

## 3 边界条件

### 3.1 边界条件展开式

假设椭圆柱体边界为  $u = u_0$ .由边界条件上的连

续性, 应有:

$$H = H^i + H^s, E_v = E_v^i + E_v^s \quad (20)$$

利用 Galerkin 法以及上述边界条件, 可得到下列两个方程组:

$$\int_{C_\theta} d\theta g(\theta) G_n^{(1)}(\theta) + \int_{C_\theta} d\theta h(\theta) H_n^{(1)}(\theta) = F_n^{(1)} \quad (21)$$

$$\int_{C_\theta} d\theta g(\theta) G_n^{(2)}(\theta) + \int_{C_\theta} d\theta h(\theta) H_n^{(2)}(\theta) = F_n^{(2)} \quad (22)$$

其中,

$$G_n^{(1)}(\theta) = 2 \sum_{m=0}^{\infty} j^m c e_m(q(\theta), \theta) \left[ \frac{\epsilon_0}{\gamma} \left\{ D M c_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} c e_m(q(\theta), v) c e_n(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right. \right. \\ \left. \left. + M c_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} D c e_m(q(\theta), v) c e_n(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right\} \right. \\ \left. - \frac{D M c_n^{(4)}(q_0, u_0) M c_m^{(1)}(q(\theta), u_0)}{M c_n^{(4)}(q_0, u_0)} \int_0^{2\pi} c e_m(q(\theta), v) c e_n(q_0, v) dv \right] \quad (23)$$

$$G_{n'}^{(2)}(\theta) = \frac{2\epsilon_0}{\gamma} \sum_{m=0}^{\infty} j^m c e_m(q(\theta), \theta) \left[ D M c_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} c e_m(q(\theta), v) s e_{n'}(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right. \\ \left. + M c_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} D c e_m(q(\theta), v) s e_{n'}(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right] \quad (24)$$

$$H_n^{(1)}(\theta) = \frac{2\epsilon_0}{\gamma} \sum_{m=1}^{\infty} j^m s e_m(q(\theta), \theta) \left[ D M s_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} s e_m(q(\theta), v) c e_n(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right. \\ \left. + M s_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} D s e_m(q(\theta), v) c e_n(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right] \quad (25)$$

$$H_{n'}^{(2)}(\theta) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} j^m s e_m(q(\theta), \theta) \left[ \frac{\epsilon_0}{\gamma} \left\{ D M s_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} s e_m(q(\theta), v) s e_{n'}(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right. \right. \\ \left. \left. + M s_m^{(1)}(q(\theta), u_0) \int_0^{2\pi} D s e_m(q(\theta), v) s e_{n'}(q_0, v) \epsilon_{uv}(u_0, v) dv \right\} \right. \\ \left. - \frac{D M s_{n'}^{(4)}(q_0, u_0) M s_m^{(1)}(q(\theta), u_0)}{M s_{n'}^{(4)}(q_0, u_0)} \int_0^{2\pi} s e_m(q(\theta), v) s e_{n'}(q_0, v) dv \right] \quad (26)$$

$$F_n^{(1)} = 2\pi H_0 j^n c e_n(q_0, \theta^i) \left[ D M c_n^{(1)}(q_0, u_0) - \frac{D M c_n^{(4)}(q_0, u_0) M c_n^{(1)}(q_0, u_0)}{M c_n^{(4)}(q_0, u_0)} \right] \quad (27)$$

$$F_{n'}^{(2)} = 2\pi H_0 j^{n'} s e_{n'}(q_0, \theta^i) \left[ D M s_{n'}^{(1)}(q_0, u_0) - \frac{D M s_{n'}^{(4)}(q_0, u_0) M s_{n'}^{(1)}(q_0, u_0)}{M s_{n'}^{(4)}(q_0, u_0)} \right] \quad (28)$$

式中,  $n = 0, 1, 2, \dots, n' = 1, 2, 3, \dots$ . 符号“ $D$ ”表示对径向马丢函数  $v$  变量求导, 或者对径向马丢函数  $u$  变量求导(在  $u = u_0$  的导数值).

### 3.2 级数截断

为得到数值解, 必须将无穷级数进行截断. 截取  $0 \leq n \leq N-1$  以及  $1 \leq n' \leq N$ , 并将式(21)和(22)中的系数  $g(\theta)$  与  $h(\theta)$  表达为下列形式:

$$g(\theta) = \sum_{l=0}^{N-1} g_l \delta(\theta - \theta_l), \theta_l = \frac{2\pi l}{N} \quad (29)$$

$$h(\theta) = \sum_{q=1}^N h_q \delta(\theta - \theta_q), \theta_q = \frac{2\pi(q-1)}{N} \quad (30)$$

则式(21)和(22)变为:

其中,

$$G_{nl}^{(1)} = \int_{\frac{2\pi l}{N}}^{\frac{2\pi(l+1)}{N}} G_n^{(1)}(\theta) d\theta, H_{nq}^{(1)} = \int_{\frac{2\pi(q-1)}{N}}^{\frac{2\pi q}{N}} H_n^{(1)}(\theta) d\theta \quad (31)$$

$$G_{n'l}^{(2)} = \int_{\frac{2\pi l}{N}}^{\frac{2\pi(l+1)}{N}} G_{n'}^{(2)}(\theta) d\theta, H_{n'q}^{(2)} = \int_{\frac{2\pi(q-1)}{N}}^{\frac{2\pi q}{N}} H_{n'}^{(2)}(\theta) d\theta \quad (32)$$

式(31)和(32)可进一步表达为矢量和矩阵的形式:

$$\mathbf{G}_{nl}^{(1)} \mathbf{g}_l + \mathbf{H}_{nq}^{(1)} \mathbf{h}_q = \mathbf{F}_n^{(1)} \quad (35)$$

$$\mathbf{G}_{n'l}^{(2)} \mathbf{g}_l + \mathbf{H}_{n'q}^{(2)} \mathbf{h}_q = \mathbf{F}_n^{(2)} \quad (36)$$

### 3.3 雷达散射截面表达式

通过式(35)和(36)可求出内场以及散射场,利用径向马丢函数的渐进式,可得到单位长度的雷达散射截面(RCS):

$$\frac{\sigma}{\lambda}(v, \theta^i) = \frac{2}{\pi} \left| \sum_{m=0}^{N-1} e_m c e_m(q_0, v) e^{j(m/2)\pi} + \sum_{m=1}^N o_m s e_m(q_0, v) e^{j(m/2)\pi} \right|^2 \quad (37)$$

## 4 数值计算

本节给出部分数值结果.由式(37)可知,为了得到稳定的数值解,必须对无穷级数项进行截断,仅取其中的前  $N$  项.容易验证当所选圆柱体电尺寸较小时,  $N > 6$  时径向马丢函数的收敛性足够满足数值运算的要求.以下采用  $N = 9$  作为数值截断点.

为了验证理论的正确性,将各向异性圆柱退化到各向异性圆柱,此时参数与文献[2]图3(a)相同.如图2所示,结果与文献[2]吻合的较好.图3给出了本文计算的结果与时域有限差分方法(FDTD)结果比较(其中入射波频率  $f = 1\text{GHz}$ ).通过与已有文献及 FDTD 数值方法的结果比较说明,本文理论能够准确反映各向异性圆柱对入射平面波的散射特性.

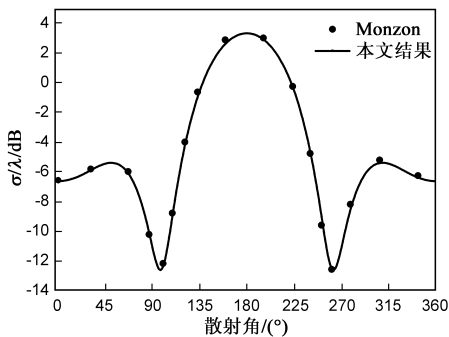


图2 H极化,双站雷达散射截面随散射角分布图  
 $\epsilon_{xx} = 4\epsilon_0, \epsilon_{yy} = 4\epsilon_0, \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = 0, \mu_{zz} = 2.0\mu_0, d/\lambda = 1.239 \times 10^{-3}, u_0 = 6.0, \theta = 0^\circ$

图3给出了  $x$  和  $y$  轴为轴,柱体电尺寸对散射截面的影响.可以看出这四种情形中,RCS 峰值随着圆柱体的电尺寸的增大而变大.这一特点与光学透镜类似,柱体电尺寸越大时会使更多的平面波在柱体内发生透射,从而使前向峰值变大.柱体尺寸参数  $u_0$  的改变对 RCS 的影响较大,当尺寸由  $u_0 = 0.1$  增大到  $u_0 = 0.2$  时,其 RCS 整体增大了大约 10dB 的数值.参数半焦距的改变即圆柱体形状的改变对 RCS 结果的影响与参数  $u_0$  类似,对 RCS 整体数值改变比较大.

图4比较了电尺寸相同时,改变介电常数参量  $\epsilon_{yy}$  对 RCS 的影响.可以看出,此参量对 RCS 的分布有一定

的影响,并且主要表现在 RCS 随散射角的分布变化方面,对 RCS 整体数值的改变不大.同样,对于其他介电常数参量,也会对 RCS 随散射角的分布变化产生类似的影响.图4(a)和4(b)还分别讨论了改变入射角角度对 RCS 的影响.入射角角度发生改变时,相当于介质圆柱体的介质材料参量发生了改变,能够影响 RCS 随散射角的分布变化但对 RCS 整体数值影响不大.

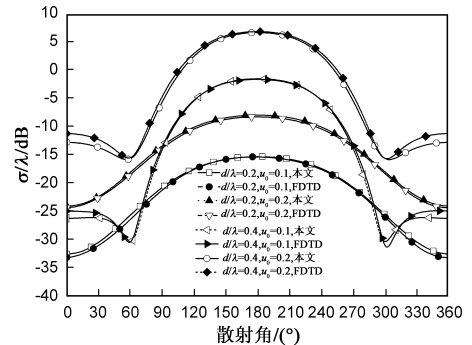
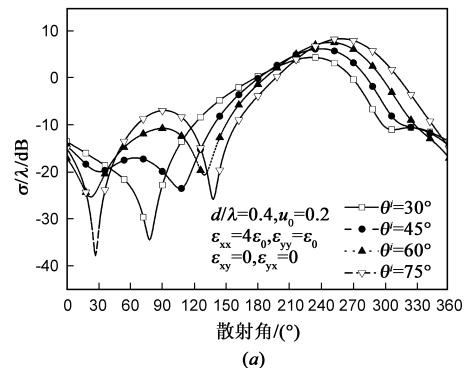
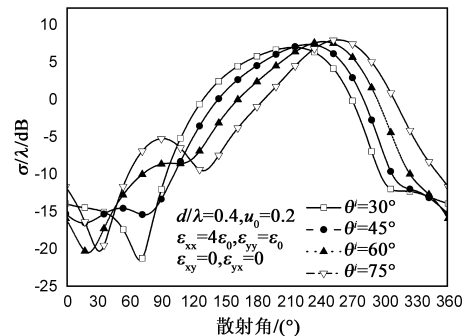


图3 H极化,双站雷达散射截面随散射角分布图

$$\epsilon_{xx} = 2\epsilon_0, \epsilon_{yy} = 4\epsilon_0, \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = 0, \mu_{zz} = 2.0\mu_0, \theta = 0^\circ$$



(a)



(b)

图4 H极化,双站雷达散射截面随散射角分布图,  $\mu_{zz} = 2.0\mu_0$

上面几个算例考虑了圆柱体电尺寸、介质材料以及入射角等因素对 RCS 分布变化的影响.一般而言,这些因素对 RCS 影响存在差异性,圆柱体的电尺寸、形状的变化对 RCS 整体数值改变较大.介质材料参量的改变会影响 RCS 的分布状态,但对 RCS 整体数值改变相对于电尺寸的影响而言要小得多,改变入射波的传播方向相当于改变了介质材料参量的部分变量数值.

## 5 结论

基于平面波谱的积分形式和 Mathieu 函数, 得出了二维各向异性椭圆柱电磁散射的积分方程并导出了单位长度的雷达散射截面. 通过与已知文献、FDTD 等数值结果比较, 理论模型能够比较真实的反映椭圆柱体电磁散射特性. 计算并讨论了部分数值结果, 分析了改变椭圆柱体电尺寸、介质材料参量以及入射角方向等因素对雷达散射截面的影响. 这些结论对研究分析各向异性介质材料的散射特性有一定的参考价值.

**致谢** 感谢 Jian-Ming Jin 教授, 本文数值计算采用他提供的 Mathieu 函数子程序, <http://jin.ece.uiuc.edu/>.

## 参考文献:

- [1] Geng Y L, Wu X B, Li L W, et al. Electromagnetic scattering by an inhomogeneous plasma anisotropic sphere of multilayers [J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 2005, 53 (12): 3982 – 3989.
- [2] Monzon J C, Damaskos N J. Two-dimensional scattering by a homogeneous anisotropic rod [J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1986, 34 (10): 1243 – 1249.
- [3] Monzon J C. Three-dimensional scattering by an infinite homogeneous anisotropic circular cylinder: a spectral approach [J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1987, 35 (6): 670 – 682.
- [4] Ren W, Wu X B, Yi Z, et al. Properties of wave functions in homogeneous anisotropic media [J]. *Phys Rev E*, 1995, 51 (1): 671 – 679.
- [5] Papadakis S N, Uzunoglu N K, Capsalis C N. Scattering of a plane wave by a general anisotropic dielectric ellipsoid [J]. *J Opt Soc Am A*, 1990, 7: 991 – 997.
- [6] Beker B, Umashankar K R, Taflove A. Electromagnetic scattering by arbitrarily shaped two-dimensions perfectly conducting objects coated with homogeneous anisotropic materials [J]. *Electromagnetics*, 1990, 10: 387 – 406.
- [7] Yeh C. The diffraction of waves by a penetrable ribbon [J]. *J Math Phys*, 1963, 4: 65 – 71.
- [8] Yeh C. Backscattering cross section of a dielectric elliptic cylinder [J]. *J Opt Soc Am*, 1965, 55: 309 – 314.
- [9] Richmond J H. Scattering by a conducting elliptic cylinder with dielectric coating [J]. *Radio Sci*, 1988, 23: 1061 – 1066.
- [10] Ragheb H A, Shafai L. Electromagnetic scattering from a dielectric-coated elliptic cylinder [J]. *Can J Phys*, 1988, 66: 1115 – 1122.

- [11] Caorsi S, Pastorino M, Raffetto M. Electromagnetic scattering by a multilayer elliptic cylinder under transverse-magnetic illumination: Series solution in terms of Mathieu functions [J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 1997, 45 (6): 926 – 935.
- [12] Caorsi S, Pastorino M. Scattering by multilayer isorefractive elliptic cylinder [J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 2004, 52 (1): 189 – 196.
- [13] Sebak A-R. Scattering from dielectric – coated impedance elliptic cylinder [J]. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 2000, 48 (10): 1574 – 1580.
- [14] 葛俊祥, 林为干. 非共轴多层介质椭圆柱体的电磁散射——任意方向斜入射电磁波 [J]. *电子学报*, 1995, 23 (3): 20 – 25.  
Ge Junxiang, Lin Weigan. Electromagnetic scattering of obliquely incident wave by a multilayered elliptical dielectric cylinder [J]. *Acta Electronica Sinica*, 1995, 23 (3): 20 – 25. (in Chinese)
- [15] Abramowitz M, Stegun I A. *Handbook of Mathematical Functions* [M]. New York: Dover, 1965. 721 – 746.
- [16] Stratton J A. *Electromagnetic Theory* [M]. New York: McGraw-Hill, 1941.
- [17] McLachlan N W. *Theory and Application of Mathieu Functions* [M]. New York: Oxford University Press, 1947.

## 作者简介:



**毛仕春** 男, 1977 年 12 月出生于山东省莒县. 博士, 主要研究方向为粒子电磁及光散射.  
E-mail: mscgroup@163.com



**吴振森** 男, 1946 年 11 月出生于湖北沙市. 现为西安电子科技大学教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, 电波传播分会副主任委员, 中国计量测试学会高级会员与理事, IEEE 高级成员. 主要研究方向包括目标与环境的电磁及光特性, 随机介质和复杂结构的电磁波传播和散射, 计算电磁学. E-mail: wuzhs@mail.xidian.edu.cn

**邢赞扬** 男, 1985 年 7 月生于安徽省亳州市. 博士, 主要研究方向为极区空间等离子体波研究. E-mail: 314591020@qq.com